

**Г.Ю. МАРТЫНЕНКО**, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»;  
**Г.А.САЛЮК**, студент, НТУ «ХПИ»

## **СОЗДАНИЕ ИНТЕГРИРОВАННОГО ПРОГРАММНОГО СРЕДСТВА ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ СИЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАДИАЛЬНЫХ АКТИВНЫХ МАГНИТНЫХ ПОДШИПНИКОВ С УЧЕТОМ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ**

У роботі запропоновані методика та програмний засіб розрахунку силових характеристик радіального активного магнітного підшипника з восьмиполюсним статором з відомим законом управління. Вона заснована на застосуванні методу скінченних елементів. Магнітні сили розраховуються по тензору натягу Максвелла. Приведено результати розрахункових досліджень за визначенням залежностей магнітних сил від переміщень ротора.

In work the method and software tool calculate of force characteristics of the radial active magnetic bearing (AMB) with octopole stator are offered. They are based on the application of the finite element method. Magnetic forces by Maxwell tension tensor are calculated. The computation results for one of construction variant of radial AMB are presented.

**Введение.** Активные магнитные подшипники (АМП) – это альтернативный вид упруго-демпферных опор роторов, который по сравнению с другими (подшипниками качения, скольжения, газодинамическими) обладает преимуществами, такими как отсутствие смазочных систем, снижение потерь на трение, сравнительно большой зазор и т.д. [1]. При математическом описании динамического поведения системы «ротор в АМП» немаловажным вопросом является предварительный расчет силовых и жесткостных характеристик АМП. Эти характеристики во многом зависят как от геометрических и физических параметров статорных и роторных частей, так и от параметров применяемого алгоритма управления по которому работает система автоматического регулирования положения ротора. Это напряжения подаваемые на обмотки электромагнитов, токи в них, их активные сопротивления) [2]. Значения напряжений и токов изменяются в соответствии с законом управления и зависят от состояния системы «ротор в АМП», то есть от отклонения ротора от его номинального положения в зазоре подшипника [3]. Физически эти отклонения ограничены зазорами в страховочных подшипниках качения, которые обычно меньше номинальных воздушных (магнитных) зазоров между полюсами статора АМП и ротором приблизительно в 2 раза [4]. Однако знание силовых характеристик во всем диапазоне отклонений в воздушных (магнитных) зазорах позволит повысить адекватность математических моделей динамики роторов в АМП.

**1 Постановка задачи.** Целью данной работы является создание методики конечно-элементного расчета силовых характеристик радиальных активных магнитных подшипников с восьмиполюсным статором и полюсными катушками, обмотки которых образуют четыре электромагнита. При расчете зависимостей магнитных сил от смещения ротора токи в обмотках должны изме-

няться в соответствии с принятым законом управления. Для автоматизации процесса построения геометрической и конечно-элементной моделей АМП с ротором, находящимся в различных положениях по отношению к статору, и выполнения расчетов магнитостатики, соответствующих каждому такому положению, в работе ставится задача по созданию специализированного интегрированного программного средства.

**2 Конструктивные особенности радиального АМП.** Объектом исследований в работе выбран радиальный активный магнитный подшипник, обмотки на полюсных наконечниках которого образуют четыре электромагнита, расположенные симметрично по два относительно вертикальной и горизонтальной плоскостей [1]. Его вид и структурная схема системы управления приведены на рис. 1, где  $u_c$  – управляющие напряжения, подаваемые системой управления на обмотки электромагнитов для удержания ротора вблизи центрального положения;  $i_c$  – токи в обмотках;  $r_c$  – активные сопротивления обмоток;  $\delta_r$  – номинальный зазор.

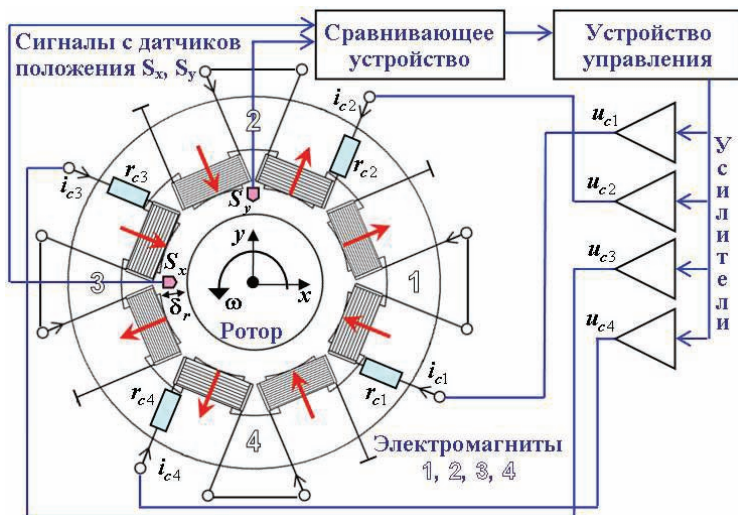


Рисунок 1 – Структурная схема системы управления радиального АМП

**3 Управление магнитным подвесом.** Ротор в АМП как объект управления является неустойчивым. Для его стабилизации и придания подвесу необходимых динамических параметров в канал управления вводится система управления (СУ), реализующая некоторый закон управления. На вход СУ подается сигнал с датчика положения, а с выхода подается на обмотку электромагнита ток или напряжение, которые обеспечивают необходимое для стабилизации значение магнитной силы (рис. 1). Различают два способа управления: по току, когда управляющим параметром является ток, и по напряжению,

когда управляющий параметр – напряжение.

При управлении по току предполагается, что требуемое значение тока управления может быть обеспечено точно в любой момент времени. В этом случае не учитывается инерционность электромагнитных процессов, а именно индуктивность катушек электромагнитов. Этот подход приемлем для легких роторов и при наличии достаточного ресурса напряжения [4].

Управление по напряжению предполагает обязательный учет инерции процессов и может использоваться для тяжелых роторов.

В данном случае предполагается использование СУ, реализующей способ дискретного управления, описанный в [5], за счет применения импульсного режима работы в аналоговой схеме управления [6]. В ней реализуется ключевой режим работы усилителей мощности, питающих электромагниты.

Тогда закон управления может быть представлен в виде зависимостей средних токов в обмотках электромагнитов от смещения ротора. Токи в обеих обмотках противоположных электромагнитов при центральном положении ротора являются токами смещения. Они создают в подвесе магнитное смещение и тем самым силовой натяг [4], то есть обеспечивают требуемую жесткость магнитного подшипника. Управление силой происходит за счет увеличения натяга в одном направлении и уменьшения в противоположном.

**4 Методика расчета электромагнитных сил.** Электромагнитные силы и моменты в АМП как нелинейной магнитной системе могут строго и однозначно быть определены только на основании расчета электромагнитного поля [7]. Это поле должно быть рассчитано для данного мгновения времени  $t$ , когда ротор и статор занимают по отношению друг к другу определенное положение. При этом в объеме нелинейной магнитной системы известным должно быть распределение плотности токов  $\vec{J}$ , магнитной индукции  $\vec{B}$ , напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ , а также магнитной проницаемости  $\mu_a$ .

Расчет электромагнитных (пондеромоторных) сил, действующих на выделенный объем  $V$  (в данном случае – роторные части АМП) нелинейной магнитной системы может быть выполнен тремя способами.

Первый способ предполагает определение силы по изменению энергии  $\Delta W$  или коэнергии  $\Delta \tilde{W}$  магнитного поля при бесконечно малом перемещении выделенного объема на расстояние  $\Delta \vec{q} = \vec{n}_q \Delta q$  в направлении единичного вектора  $\vec{n}_q$  по координате  $q$ :

$$\vec{F}_q = \vec{n}_q F_q = \vec{n}_q \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta \tilde{W}_q}{\Delta q} = -\vec{n}_q \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta W_q}{\Delta q}. \quad (1)$$

Причем приращение коэнергии или энергии магнитной нелинейной системы рассчитывается в условиях постоянства токов или потокоцеплений всех возбуждающих контуров (для АМП обмоток управления).

Полная электромагнитная сила определяется как сумма ее проекций на

оси выбранной системы координат, например, декартовой, где  $q = (x, y, z)$ :

$$\vec{F} = \sum_q \vec{F}_q = \sum_q \vec{n}_q F_q . \quad (2)$$

Второй способ предусматривает определение электромагнитной силы по натяжению  $\vec{T}_n$  в магнитном поле (тензору натяжений Максвелла):

$$\vec{F} = \int_S \vec{T}_n dS . \quad (3)$$

где  $S$  – поверхность, охватывающая объем  $V$ , включая все поверхности разрыва магнитной проницаемости  $S_p$ , имеющиеся в этом объеме, в том числе и граничную поверхность.

Третий способ полагает определение электромагнитной силы по объемной  $\vec{f}$  и поверхностной  $\vec{f}_s$  плотностям этой силы в магнитном поле:

$$\vec{F} = \int_V \vec{f} dV + \int_{S_p} \vec{f}_s dS . \quad (4)$$

Причем доказано, что приращения как энергии, так и коэнергии магнитного поля должны определяться для линейной модели магнитного поля нелинейной системы, в которой сохранено распределение плотностей токов, индукций, а переменные магнитные проницаемости заменены в каждом из элементов поля на постоянные магнитные проницаемости  $\mu_a = B/H$ , соответствующие найденному распределению индукций [7]. Кроме того, натяжения, объемная и поверхностная плотности электромагнитных сил должны рассчитываться по формулам Максвелла и только по ним [7].

Предлагаемая методика определения силовых характеристик радиального АМП аналогична методике расчета этих же характеристик осевого АМП [8], но только с учетом возможного смещения ротора не вдоль осевой линии, а в плоскости радиального АМП. Она предполагает применение метода конечных элементов (МКЭ). Конечно-элементная формулировка анализа электромагнитных полей основана на уравнениях Максвелла и в случае статического электромагнитного поля имеет вид [8]:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J}, \text{div } \vec{B} = 0 \Rightarrow \text{rot } \vec{B} = \mu_a \vec{J} . \quad (5)$$

Трехмерная задача магнитостатики решается с помощью итерационной процедуры Ньютона-Рафсона путем минимизации нелинейного функционала магнитной энергии, ассоциированного с трехмерным вектором магнитного потенциала. Электромагнитные силы вычисляются как на основе определения компонент тензора натяжений Максвелла (3), так и по изменению магнитного поля при бесконечно малом перемещении объема (2), то есть по работе на возможном перемещении. Такой подход подтвержден сходимостью расчетных и экспериментальных данных [8].

**5 Интегрированное программное средство и методика вычислений.**  
Геометрическая и конечно-элементные модели радиального АМП с восьмипо-

люсным статором представлены на рис. 2. Здесь введена неподвижная декартовая система координат, центр которой расположен в центре тяжести АМП, с ротором, находящимся в центральном положении.

Для расчета зависимостей проекций магнитных сил на оси координат от смещения ротора, то есть проведения серии конечно-элементных анализов магнитостатики с автоматизацией построения расчетных моделей радиального АМП (рис. 2), соответствующих определенному взаимному положению роторных и статорных частей, была создана программа «Расчет АМП». Она интегрирована с многоцелевым пакетом проектирования и конечно-элементного анализа. Геометрические параметры задаются пользователем в окне «Геометрия», вид которого показан на рис. 3. Передача этих и других исходных данных из управляющей программы в пакет осуществляется посредством макроса, содержащего команды построения геометрической и конечно-элементной моделей, задания свойств материалов, граничных условий и нагрузок, запуска на счет и сохранения результатов.

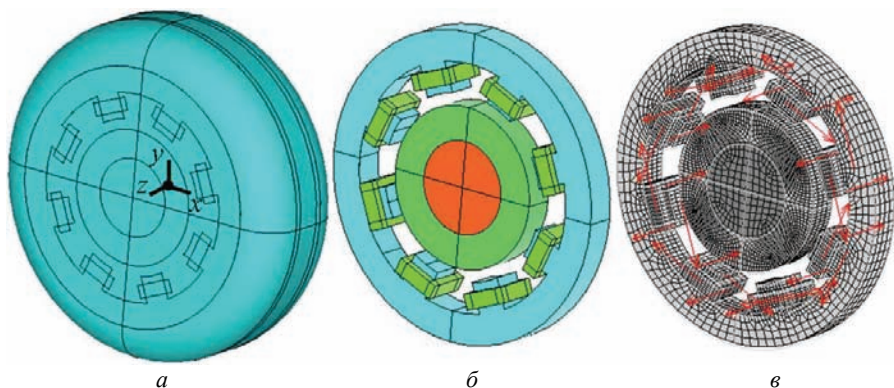


Рисунок 2. Расчетная модель радиального АМП: *а* – геометрическая в объеме воздуха, *б* – геометрическая статора, ротора и катушек, *в* – конечно-элементная

Методика расчета зависимостей магнитных сил от смещения ротора, положенная в основу макроса и программы, заключается в том, что полный номинальный зазор (с обеих сторон диска) равномерно разбивается на  $(2n+1)$  уровень и в вертикальном, и в горизонтальном направлениях так, чтобы каждый  $(n+1)$ -ый уровень совпадал с центральным положением ротора между полюсами статора. Далее ротор смещается, чтобы центр масс его сечения совпал с одним из геометрически допустимых уровней, показанных в окне «Условия смещения ротора» на рис. 4. При этом взаимном положении проводится электромагнитный статический расчет, в результате которого находятся распределение магнитной индукции, напряженности магнитного поля и вычисляются суммарные магнитные силы в направлениях осей системы координат  $x$  и  $y$ . После этого выполняется аппроксимация магнитных сил, определенных в

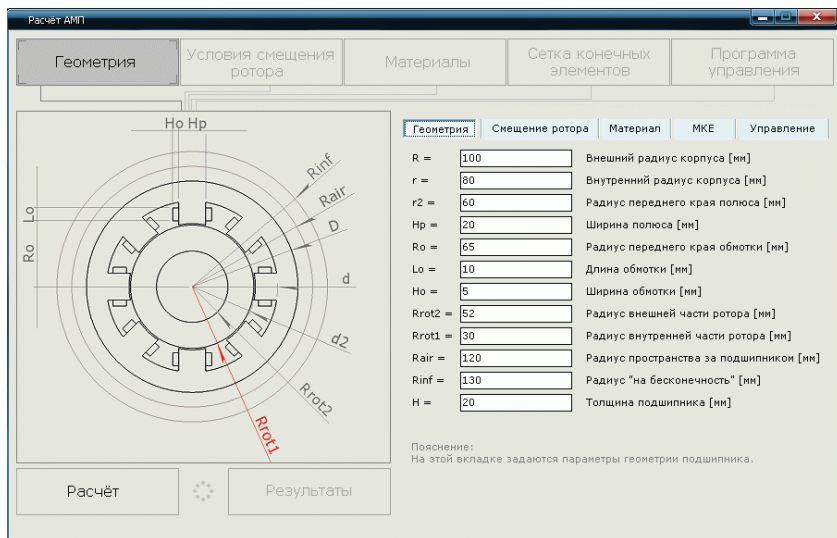


Рисунок 3 – Окно «Геометрия» интерфейса программы «Расчет АМП»

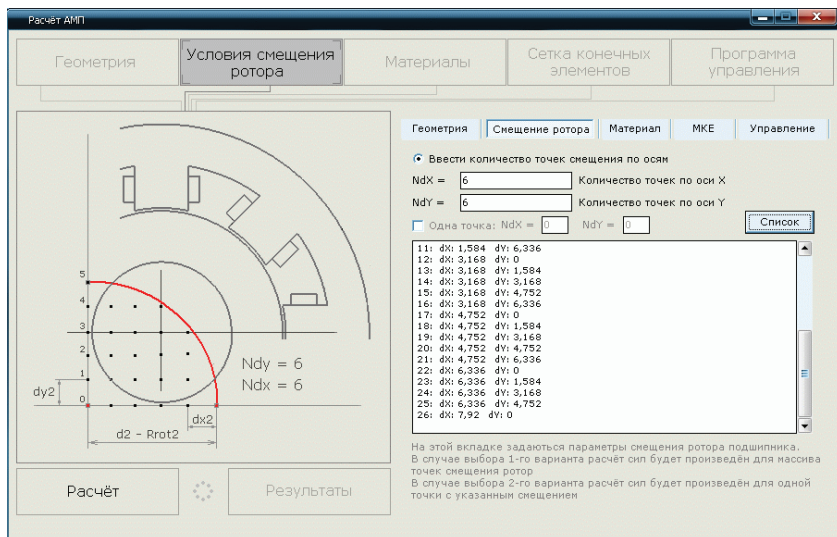


Рисунок 4 – Окно «Условия смещения ротора» интерфейса программы «Расчет АМП»

( $2n+1$ )-ой точках методом наименьших квадратов полными полиномами третьей степени или выше. Это дает возможность определять и зависимости квазиупругих коэффициентов от смещения ротора в зазорах АМП. Нагрузка в каждом статическом электромагнитном анализе определяется плотностью тока в обмотках, которая задается в окружном направлении для всех конечных элементов, моделирующих их объем. Она показана стрелками на рис. 2, в. Эта

плотность для каждого положения вычисляется по значениям средних токов в обмотках электромагнитов, которые, в свою очередь, определяются законом управления.

Параметры закона управления задаются на вкладке «Программа управления», представленной на рис. 5. Здесь реализована возможность выбора диаметра медного провода обмоток по максимальной величине силы тока, которая вычисляется по значению импульса напряжения ( $U_0$ ) [6], подаваемого на обмотки управления и активного сопротивления этих обмоток.

Вкладка «Материалы» позволяет задать свойства материалов отдельных частей АМП, таких как ротор, цапфа на роторе, статор, обмотки и зазоры.

В полях вкладки «Сетка конечных элементов» задается количество конечных элементов в различных областях модели.

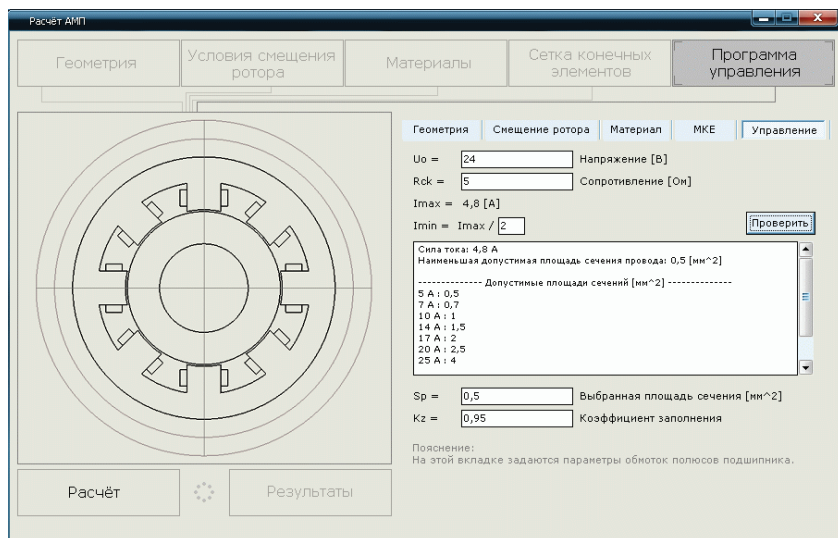


Рисунок 5 – Окно «Программа управления» интерфейса программы «Расчет АМП»

Кроме расчета проекций магнитной силы на оси  $x$  и  $y$  по описанной выше методике в программе реализована также возможность расчета силовых характеристик при смещенном в осевом направлении ( $z$ ) роторе. В этом случае подсчитывается также проекция силы на ось  $z$ , которая при отсутствии такого смещения равна 0.

После выполнения расчета результаты возвращаются в программу с помощью текстовых файлов, содержащих дискретные зависимости проекций магнитной силы от смещений ротора. Графически они отображаются в окне программы «Результаты» в виде двумерной области, изображающей зазор АМП и разделенной на заданное пользователем количество участков в направлениях  $x$  и  $y$ . Таким образом, зазор заполняется конечным числом квадратных элементов, а цвет заливки каждого элемента определяет значение си-



лы. Точками отмечены квадраты, для которых выполнен расчет. Значения в остальных получены аппроксимацией.

Верификация программы осуществлялась путем проведения серии численных экспериментов для типоразмерного ряда радиальных активных магнитных подшипников с восьмиполюсными статорами, параметры которых указаны в [4, стр. 196], и сравнения результатов по несущей способности [4, стр. 34]. Расхождение с приведенными данными не превышало 3 %.

## 6 Численное определение силовых характеристик радиального АМП.

Объектом исследований был выбран радиальный АМП с зазором 3 мм и другими параметрами, значения которых указаны на рис. 3-5. Параметры системы управления: частота управления – 300 Гц, напряжение  $U_0 = 24$  В. Результаты расчетов силовых характеристик представлены на рис. 6 и 7.

Оценка густоты сетки и погрешностей конечно-элементных расчетов выполнялась путем сопоставления усредненных узловых результатов и значений в точках интегрирования магнитной индукции и напряженности магнитного поля. За счет выбора рационального количества конечных элементов в разных областях модели, предполагающего плавный переход от элементов с относительно малыми размерами граней (в зазоре) к элементам с большими размерами граней (внешние объемы статора), было достигнуто значение погрешности, обусловленной дискретизацией, не превышающее 0,5 %. Кроме того, не превышающее 0,3 % различие результатов подсчета проекций магнитных сил, выполненных по тензору натяжений Максвелла (3) и по работе на возможном перемещении (2) также позволяет подтвердить адекватность расчетной модели.

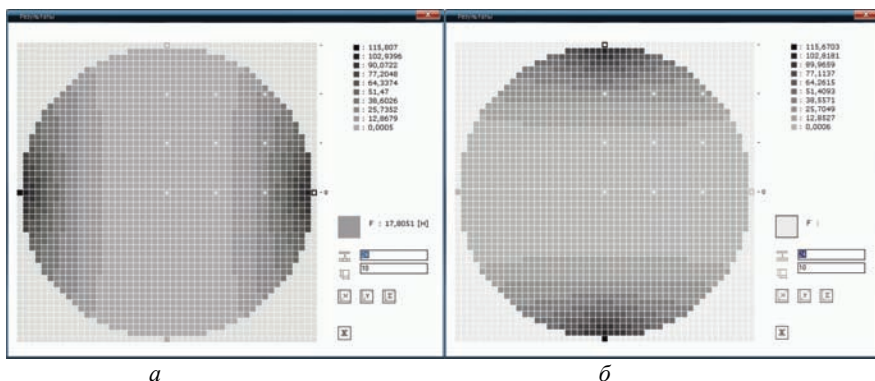


Рисунок 6 – Зависимость модуля проекции магнитной силы: *a* – на ось  $x$ ; *б* – на ось  $y$

На рис. 6 приведены зависимости модулей проекций полной магнитной силы на горизонтальную и вертикальную оси. Эти силы можно считать позиционными, так как они зависят от положения механической системы, то есть ее обобщенных координат (проекций полного вектора смещения на оси системы координат), входящих как параметры в закон управления. Магнитные силы



являются восстанавливающими, поскольку их направление противоположно смещению ротора, что обеспечивается законом управления.

На рис. 7 приведена зависимость модуля полной магнитной силы (векторной суммы проекций). Его распределение в зазоре свидетельствует о том, что отрицательная обратная связь в СУ (см. рис. 1) и параметры закона управления гарантируют центрирование ротора в зазоре.

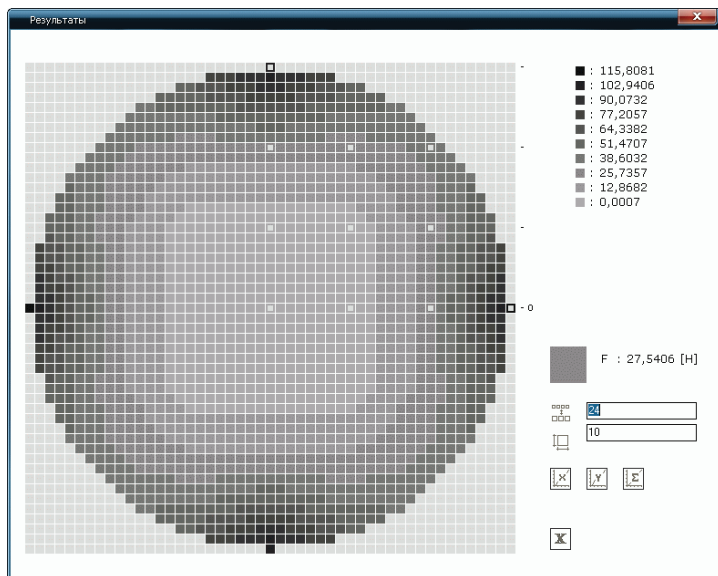


Рисунок 7 – Зависимость модуля полной магнитной силы

Следует отметить, что большей concentricности изолиний графика силовой характеристики можно добиться подбором параметров управления или введением более сложного закона управления.

**Заключение.** В работе выполнено конечно-элементное моделирование радиального восьмиполюсного АМП с учетом закона управления. Автоматизация моделирования и расчетов зависимостей магнитных сил от смещения ротора реализована в программном средстве, интегрированном с пакетом инженерного анализа. Серия расчетных исследований, проведенных с его помощью, позволила определить, что силовые характеристики при примененном законе управления являются нелинейными, симметричными и жесткими.

Разработанное программное средство, реализующее предложенный подход к расчету магнитных сил в радиальном АМП, может использоваться как для численного определения силовых характеристик существующих АМП, так и для поиска рациональных значений геометрических и физических параметров АМП, системы и алгоритма управления, обеспечивающих требуемые силовые и жесткостные характеристики этого типа упруго-демпферных опор ро-

торов. Еще одним применением программного средства является возможность его использования в качестве расчетного модуля в пакете оптимизации геометрии радиального восьмиполюсного АМП для поиска параметров, обеспечивающих максимальное тяговое усилие при заданных, например, внешнем диаметре и толщине статора, номинальном зазоре, допустимой плотности тока и индукции в зазоре.

**Список литературы:** 1. G. Schweitzer, H. Bleuler and A. Traxler Active magnetic bearings. – Zürich: ETH, 1994. – 244 p. 2. Steven M, Nataraj C. Suppression of Base Excitation of Rotors on Magnetic Bearings // International Journal of Rotating Machinery. – Vol. 2007, Article ID 91276. – 10 p. 3. Maslen E.H. Magnetic bearings // University of Virginia Department of Mechanical, Aerospace, and Nuclear Engineering Charlottesville, Virginia, 2000. – 229 p. 4. Журавлев Ю.Н. Активные магнитные подшипники: Теория, расчет, применение. – СПб.: Политехника, 2003. – 206 с. 5. Патент № 2277190. Российская Федерация. МПК F16C 32/04. Способ дискретного управления электромагнитным подвесом вращающихся роторов / ОАО «Сумское НПО им. М.В. Фрунзе», НТУ «ХПИ»; Роговой Е.Д., Бухолдин Ю.С., Левашиов В.А., Мартыненко Г.Ю., Смирнов М.М. - № 2003121317/11. – Заявл. 10.07.2003 г. Опубл. 27.05.2006 г. // Изобретения. Официальный бюллетень, 2006. – № 15. 6. Ульянов Ю.М., Мартыненко Г.Ю., Смирнов М.М. Система управління осьовим рухом ротора на комбінованому магнітному підвісі з пасивними радіальними і активним осьовим підшипниками // Зб. наук. праць Української державної академії залізничного транспорту. – Харків: УкрДАЗТ, 2008. 7. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. – М.: Высшая школа, 1989. – 312 с. 8. Мартыненко Г.Ю. Определение жесткостных характеристик радиальных магнитных подшипников на двух кольцевых постоянных магнитах // Вісник НТУ «ХПІ»: Тем. вип. «Динаміка і міцність машин». – Харків: НТУ «ХПІ», 2007. – № 38. – С. 83–95.

*Поступила в редколлегию 14.11.2010*

УДК 631.362:532

**В.П.ОЛЬШАНСКИЙ**, д-р физ.-мат. наук, проф., ХНТУСХ, Харьков;  
**С.В.ОЛЬШАНСКИЙ**, асп., НТУ «ХПИ»

### **КОЛЕБАНИЯ СКОРОСТИ ПОТОКА СЕПАРИРУЕМОЙ ЗЕРНОВОЙ СМЕСИ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ВИБРОРЕШЕТЕ**

Розглянуто гармонічні коливання швидкості потоку зернової суміші, яка рухається по внутрішній поверхні вертикального циліндричного решета вібророздільника. Використовуючи теорію вібророздільника зернового шару, аналітичний розв'язок граничної задачі гідродинаміки представлено за допомогою функцій Кельвіна. Побудовано також наближений розв'язок задачі для спрощеного розрахунку швидкості потоку сепарованої суміші та продуктивності решета в виробничих умовах.

Harmonically vibrations of velocity of a flow a grain mix are considered, driven on an internal surface of a vertical cylindrical sieve of vibroseparator. Using the theory vibroliquefaction of a grain layer, the analytical solution of a regional problem of hydrodynamics is submitted with the help of Kelvin functions. The approximate solution of a problem for the simplified account of velocity of a flow separating of a mix and productivity sieve under production conditions is constructed also.